

|  |  |
| --- | --- |
|  | *COURS*  *Modélisation*  *des actions mécaniques*  *http://sciences-ingenieur.genevoix-signoret-vinci.fr/* |
| *Compétences abordées :*    *M7 Modéliser les mouvements - Modéliser les actions mécaniques* |

1. **Quelques notions de modélisation vectorielle :**
   1. **Composantes d’un vecteur dans le plan :**

|  |  |
| --- | --- |
| coordonnées vecteur2D.png | **:** composante de sur l’axe  avec  **:** composante de sur l’axe  avec  Soit les vecteurs unitaires des axes  :  **Norme dans le plan :** |

🡺 COURS ECLIGNE « LES VECTEURS : LA BASE » :

<http://ecligne.net/mathematique/01_vecteur/1_les_vecteurs_cours_grille.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC 1 » :

<http://ecligne.net/mathematique/01_vecteur/2_exo_coord_sur_grille.html>

🡺 COURS ECLIGNE « CONVERSION NORME/ COORDONNÉES » :

<http://ecligne.net/mathematique/01_vecteur/3_les_vecteurs_cours_cos.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC 2 » :

<http://ecligne.net/mathematique/01_vecteur/4_exo_coord_conversion.html>

* 1. **Composantes d’un vecteur dans l’espace :**

|  |  |
| --- | --- |
| coordonnées vecteur3D.png | Soit les vecteurs unitaires respectifs des axes  :  **Norme dans l’espace :** |

* 1. **Produit scalaire :**

**Définition :** le produit scalaire de 2 vecteurs et noté est le nombre réel tel que :

Soit et des vecteurs exprimés dans une base orthonormée directe, on peut aussi calculer le produit scalaire à l’aide de la formule suivante :

***Remarques :*** *le produit scalaire de 2 vecteurs orthogonaux est nul*

* 1. **Produit vectoriel :**

**Définition :** le produit vectoriel de 2 vecteurs et noté est un vecteur tel que :

* sa direction est perpendiculaire au plan (, ),
* son sens est tel que le trièdre (, et ) soit direct
* sa norme a pour valeur :

Soit et des vecteurs exprimés dans une base orthonormée directe, on peut aussi calculer le produit vectoriel de la manière suivante :

***Remarques :*** *le produit vectoriel de 2 vecteurs colinéaires est nul*

🡺 COURS ECLIGNE « PRODUIT VECTORIEL » :

<http://ecligne.net/mathematique/01_vecteur/5_produit_vectoriel.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC (PDV) » :

<http://ecligne.net/mathematique/01_vecteur/6_produit_vectoriel_exo.html>

1. **Définition d’une action mécanique :**

On appellera actions mécaniques toutes causes susceptibles de :

|  |  |
| --- | --- |
| **dynamique** | **créer un mouvement** (Dynamique) |
| **statique** | **interdire un mouvement** (Statique) |
| **RDM** | **déformer un solide** (Résistance des matériaux) |

Une action mécanique peut être de 2 types :

* Soit elle provoque, peut provoquer ou interdit un **mouvement de translation** 🡺 **FORCE**
* Soit elle provoque, peut provoquer ou interdit un **mouvement de rotation** 🡺 **MOMENT ou COUPLE**

🡺 COURS ECLIGNE « UNE ACTION MECANIQUE : COURS » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/1_statique_base_cours.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC 1 » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/2_statique_base_exo.html>

1. **Notion de force :**

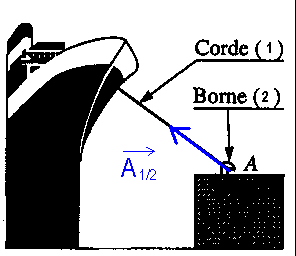
On distingue 2 types de force :

* les actions de contact
* les actions à distance
  1. **Forces de contact :**

***3-1-1 Action ponctuelle***

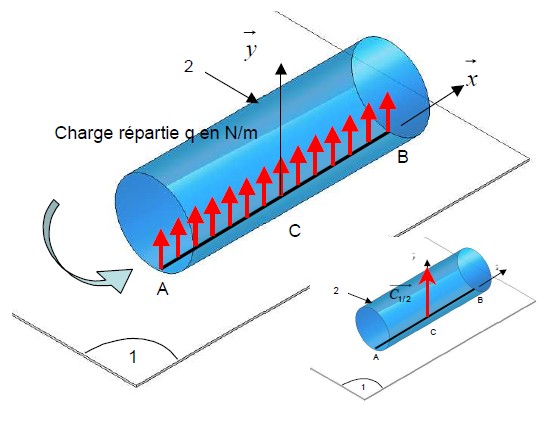
Une action est dite ponctuelle chaque fois que l'effort de contact est concentré en un point ou sur une toute petite surface.

*🕮 Exemple :* ***Action mécanique exercée par l’amarre d’un bateau sur la borne***

On modélise cette action mécanique par une force. Une force est toujours appliquée en un point. Elle est caractérisée géométriquement par un vecteur :

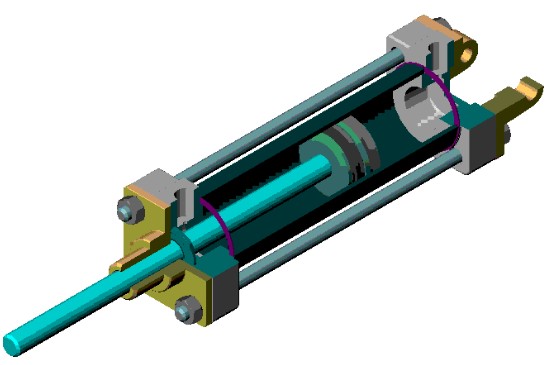
* **point d’application :** le point A
* **direction (ou support) :** la corde
* **sens :** vers le bateau
* **norme** (unité SI : le newton, symbole N).

On la note :

***3-1-2 Charge linéique***

La force F appliquée sur le dessus du tube se répartie suivant une ligne au niveau de la table, cette charge linéique peut être uniforme ou pas.

***3-1-3 Charge surfacique***

***Action mécanique exercée par l’air comprimé (ou l’huile) dans la chambre d’un vérin :***

L’action mécanique répartie sur la surface est modélisée par une pression (en Pascal, symbole Pa = N·m-2).

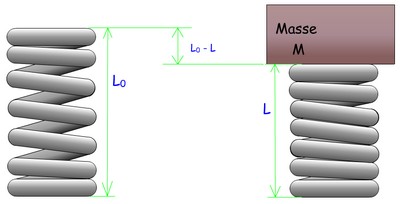
On calculera la force résultante par la formule :

🡺 unités SI

ou

|  |  |
| --- | --- |
| ***Pression dans la chambre arrière du vérin***  ***vérin2***  **D**  **Section du piston**  **subissant la pression** | ***Pression dans la chambre avant du vérin***  vérin2  **d**  **D**  ***Sp :*** *Surface de la section du piston* ***Section du piston***  ***St :*** *Surface de la section de la tige* ***subissant la pression*** |
| avec  *R* : rayon du piston |  |

***3-1-4 Action d’un ressort***

La force exercée par un ressort dépend de 2 paramètres :

* **la flèche du ressort (f) :** distance de compression ou de traction du ressort
* **la raideur du ressort (k) :** caractérise la force qu’il va développer selon sa taille et sa matière

*avec :* ***G :*** *module d'élasticité transversal*

***d :*** *diamètre du fil du ressort*

***D :*** *diamètre moyen d'enroulement*

***n :*** *nombre de spires utiles*

Soit *F* la force exercée par le ressort sur la masse M :

* 1. **Action mécanique à distance :**

Les actions mécaniques à distance s’exercent en chacun des points du corps.

🕮 Exemples :

* la pesanteur,
* les actions électromagnétiques.

#### *🡺 Action mécanique de pesanteur :*

Soient les hypothèses suivantes :

* la Terre est une sphère parfaite dont le centre de gravité est son centre géométrique ;
* l’influence des autres astres, planètes et satellites est négligeable ;
* les systèmes matériels que nous étudions sont de tailles négligeables devant celle de la Terre et sont situés à la surface de celle-ci.

**L’accélération terrestre *g*** peut être considérée comme constante, et sauf mention contraire, nous la prendrons égale à **9,81 m·s-2** (on arrondit souvent cette valeur à 10 pour simplifier les calculs).

On modélise l’action de la Terre sur le système matériel, au point G, centre de gravité du système, par une force unique appelée **poids** et notée ***P***, définit par :

avec ***P*** poids du système en N

***m*** masse du système en kg

***g*** accélération de la pesanteur ***g* = 9,81 m·s-2**

***Rappel*** *: Le centre de gravité d’un ensemble matériel est le barycentre des points de cet ensemble, chacun d’eux étant affecté d’un coefficient proportionnel à leur masse.*

* 1. **Choix du modèle :**

Le modèle retenu n’est jamais unique. Il dépend de l’objectif de l’étude envisagée.

**🕮 Exemple :** contact entre une bille et un plan (dans un roulement, par exemple)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***Type de modèle*** | | | |
| ***Principes physiques pris en compte*** | ***Modèle 1***  bille1  L’action mécanique de contact est répartie sur une petite surface qui s’étend sur le bourrelet provenant de la déformation de contact. | ***Modèle 2***  bille2  L’action mécanique de contact se réduit à une force dont la direction passe par le point le plus élevé du bourrelet. | ***Modèle 3***  bille3  L’action mécanique de contact se réduit à une force dont la direction passe par le point théorique de contact I. | ***Modèle 4***  bille4  L’action de contact se réduit à une force dont le support passe par le point de contact I et est perpendiculaire à la surface de contact. |
| ***Pression de contact*** | **✓** |  |  |  |
| ***Frottement*** | **✓** | **✓** | **✓** |  |
| ***Résistance au roulement*** | **✓** | **✓** |  |  |
| ***Résistance au pivotement*** | **✓** |  |  |  |

Pour simplifier les calculs, nous utiliserons jusqu'en terminale le modèle 4 et parfois le modèle 3.

🡺 COURS ECLIGNE « DIFFÉRENTS TYPES D’ ACTION MÉCANIQUE » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/3_statique_type_am_cours.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC 2 » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/4_statique_type_am_exo.html>

1. **Notion de moment/couple :**
   1. **Moment d’une force par rapport à un point :**

**🕮 Exemple 1 :** ***la navette spatiale***

***1er cas :*** *la force engendrée par le réacteur passe par le centre de gravité G de la navette*

## La navette est animée d'un mouvement de translation

G

F

***2ème cas :*** *la force engendrée par le réacteur ne passe pas par le centre de gravité G de la navette*

## La navette est animée d'un mouvement de translation et d'un mouvement de rotation.

F

G

d

## Ces mouvements sont fonction de l'inclinaison du réacteur donc de la distance d.

**🕮 Exemple 2 :** ***la clé de serrage***



L'utilisateur exerce, au point B, une force sur la clé qui peut entraîner la rotation de l'écrou autour de la vis (moment de la force par rapport au point A).

**fig.1 fig.2**

B

A

l

l'

B

A

🡺***plus facile à serrer sur la figure 1***

B

α

A

l

l

B

α

A

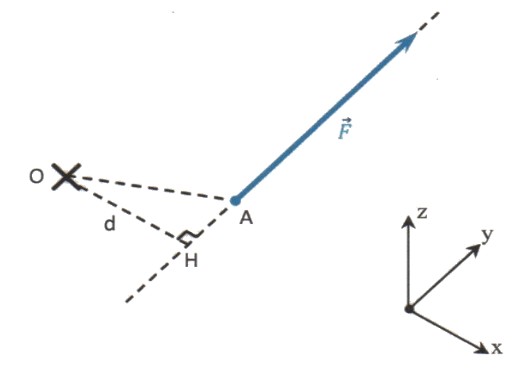
**fig.3** **fig.4**

🡺***plus facile à serrer sur la figure 3***

Les difficultés pour faire tourner l'écrou varient suivant :

* **la longueur l** (bras de levier)
* **l'angle d'inclinaison α** de l'effort
* **la force F** appliquée à la clé

**🕮 Calcul du moment en un point O d'une force F appliquée en un point A :**

****

Le moment est proportionnel à la force et à la distance entre le point d’application de la force et le point de calcul du moment.

Il est représenté géométriquement par un vecteur et est défini par les caractéristiques suivantes :

* **point d'application :** le point O,
* **direction :** perpendiculaire au plan du mouvement de rotation (direction de z),
* **sens :** la rotation s'effectue dans le sens trigonométrique (sens de z)
* **norme :**

**Méthode directe pour le calcul de la norme d'un moment :**

avec *OH le* ***bras de levier*** *(distance la plus courte entre la droite support de la force et le point d'application du moment : la droite OH est donc perpendiculaire à la droite support de F)*

**Unité SI :** le newton-mètre (**Nm**) déduite à partir de l’expression ci-dessus.

Remarque : si le point d'application du moment est situé sur la droite support de la force, alors le bras de levier est nul et par conséquent le moment est nul.

🡺 COURS ECLIGNE « MOMENT INDUIT PAR UNE FORCE » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/2a_analytique/1_calcul_moment_cours.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC » :

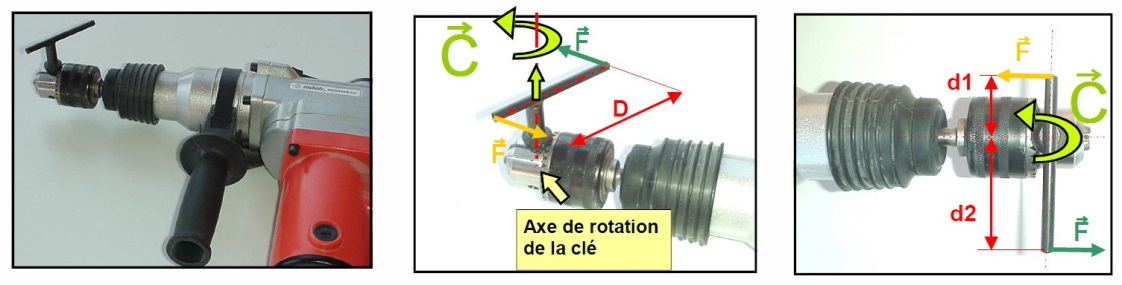
<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/2a_analytique/2_calcul_moment_exo.html>

🡺 COURS ECLIGNE « CALCUL D’UN MOMENT » :

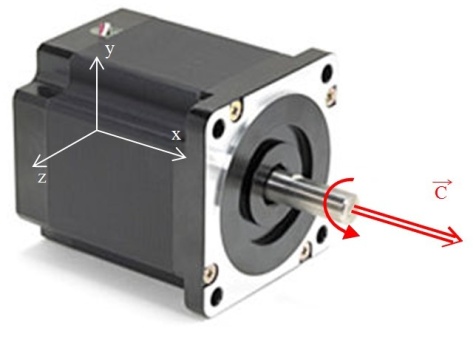
<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/2b_vectorielle/01_calcul_moment_vect.html>

* 1. **Couple sur un axe :**

Un couple est provoqué par l’action de **2 forces égales et opposées**.



Le moment résultant du couple en O (point sur l’axe de rotation) est :



**Notation :**

z

x

1. **Modélisation globale d’une action mécanique :**

D’une façon générale, une action mécanique peut être constituée de deux éléments :

* **une force** qui tend à produire un mouvement de translation ;
* **un couple** qui tend à produire un mouvement de rotation.

Pour modéliser complètement une action mécanique, il faut donc prendre en compte ces deux éléments, mais également le **point d’expression du modèle**. En effet, selon la position du point d’expression par rapport au point d’application, la composante force de l’action mécanique engendre un **moment**, qui tend également à produire un mouvement de rotation.

tance d

Les 2 éléments de modélisation de l’action mécanique (force et moment) peuvent être décrits par **un torseur**. On note :

: le **torseur** modélisant l’action mécanique exercée en A par la pièce 1 sur la pièce 2

: la **résultante** **du torseur**, modélisant la force exercée en A par la pièce 1 sur la pièce 2

: le **moment résultant du torseur**, modélisant le moment par rapport au point B de la force exercée en A par la pièce 1 sur la pièce 2

***Torseur modélisant en B l’action mécanique exercée en A par la pièce 1 sur la pièce 2 dans une base orthonormée directe R :***

avec ***X1/2*, *Y1/2*** et ***Z1/2*** les composantesde la résultante en N dans la base R()

***L1/2*,*M1/2*, *N1/2*** les composantesdu moment résultant en N·m dans la base R()

**Cas particulier d’un torseur de couple :**

1. **Action mécanique transmissible par une liaison :**

Une liaison mécanique est d’abord caractérisée par la géométrie des surfaces de contact. De cette géométrie dépendent les degrés de liberté, et également les possibilités de transmission d’efforts entre les pièces constituant la liaison. Pour une première approche, nous considérons les liaisons étudiées précédemment comme parfaites.

Une **liaison parfaite** est une liaison telle que :

* les possibilités de mouvement relatif sont obtenues à partir des **surfaces de contact, géométriquement parfaites**, qui ont entre elles un **jeu de fonctionnement supposé nul** ;
* le contact de ces surfaces est supposé **sans adhérence**.

La liaison parfaite est donc une **liaison théorique**, tant du point de vue géométrique que du point de vue de la nature physique du contact.

On associe à chaque liaison le torseur modélisant les actions mécaniques exercées par 1 sur 2. Ce torseur est exprimé en A, centre géométrique du contact et dans le repère associé à la liaison.

Dans une liaison, la suppression d'un degré de liberté correspond à l'existence d'une composante d'effort. Ainsi, une translation supprimée fait apparaître une composante de la résultante et une rotation supprimée fait apparaître une composante du moment résultant.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Liaisons | Schématisation spatiale | Mobilités | **Torseur statique** |
| ***Appui plan***  ***de normale (A,x)*** |  |  |  |
| ***Pivot glissant***  ***d’axe (A,x)*** |  |  |  |
| ***Rotule***  ***de centre A*** |  |  |  |
| ***Linéaire rectiligne***  ***de normale (A,x)***  ***et d’axe (A,y)*** |  |  |  |
| ***Ponctuelle***  ***de normale (A,x)*** |  |  |  |
| ***Linéaire annulaire***  ***d’axe (A,x)*** |  |  |  |
| ***Pivot***  ***d’axe (A,x)*** |  |  |  |
| ***Glissière***  ***d’axe (A,x)*** |  |  |  |
| ***Hélicoïdale d’axe (A,x)***  ***Pas à droite*** |  |  | *avec X1/2 = k.L1/2* |
| ***Encastrement en A*** |  |  |  |

🡺 COURS ECLIGNE « ACTION MECANIQUE DE CONTACT » :

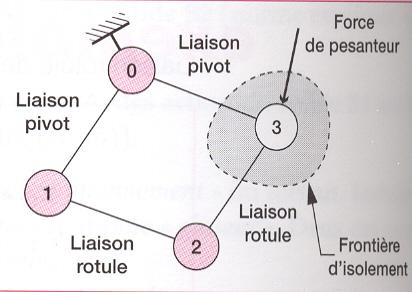
<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/5_statique_am_contact_cours.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC 3 » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/6_statique_am_contact_exo.html>

1. **Inventaire des efforts appliqués à un solide :**

Pour étudier les efforts appliqués à un solide, il est nécessaire :

* de **l'isoler** (extraire fictivement de l'ensemble)
* de réaliser **le bilan des actions mécaniques extérieures** (de contact et à distance) à ce solide

Lors de la recherche des actions extérieures d'un système isolé, il faut chercher les zones où le système isolé est en contact avec l'extérieur.

Le graphe des liaisons dans lequel on a rajouté les actions à distance (les poids en particulier) peut être d'une grande utilité.

En effet, dans le dessin du graphe, tout trait qui traverse la frontière d'isolement correspond à une action mécanique extérieure.

**🕮 Exemple 1 :** ***planche à voile***

On isole le système {planche à voile + véliplanchiste}

Bilan des actions mécaniques extérieures sur le système :

* action de l’eau sur la planche ;
* action de l’air sur la voile ;
* action de la pesanteur sur le système.

**🕮 Exemple 2 :** ***bille dans une rainure en vé***

|  |  |
| --- | --- |
| ***1er cas : on isole (2)***  bille  Bilan des actions mécaniques extérieures à (2) :   * contact ponctuel en A avec la bille * contact ponctuel en B avec la bille * contact surfacique avec le sol (0) * poids en G2 | ***2ème cas : on isole la bille (1***)  Bilan des actions mécaniques extérieures à (1) :   * contact ponctuel en A avec le vé * contact ponctuel en B avec le vé * poids en G1 |

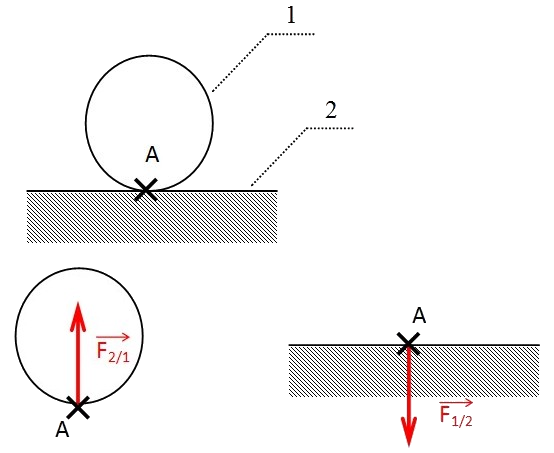
🡺 COURS ECLIGNE « BILAN DES ACTIONS MÉCANIQUES D’UN SYSTÈME » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/7_bilan_des_am_cours.html>

🡺 EXO PC ECLIGNE « EXO PC 4 » :

<http://ecligne.net/mecanique/3_statique/0_am/8_bilan_des_am_exo.html>

1. **Principe des actions mutuelles :**



Pour deux solides 1 et 2 en contact, l'action exercée par le solide 1 sur le solide 2 est égale et opposée à l'action exercée par le solide 2 sur le solide 1.